Chapitre 10 : Chute libre d’un mobile – Mouvement d’un projectile dans le champ de pesanteur

I. Rappel : le champ de pesanteur

1) Force de pesanteur

Tout objet placé au voisinage de la Terre est soumis à des forces d’attraction gravitationnelle équivalente à une force unique appelée « Pois » noté $\vec{P}$

$\vec{P}$ {
- Verticale du lieu
- Sens : vers le bas
- Point d’application : G
- $\vec{P} = m.\vec{g}$

2) Champs de pesanteur uniforme

Dire que $\vec{P} = m.\vec{g}$ revient à dire que $\vec{g} = \vec{P} / m$.

Le champ de pesanteur est uniforme dans une région de l’espace si le vecteur $\vec{g}$ a même direction, même sens et même valeur en tous points de cette région. C’est le cas dans un domaine où les dimensions n’excèdent pas quelques kilomètres.

II- Chute verticale sans frottement en chute libre

- Système étudié : l’objet
- Référentiel de l’étude : Terrestre supposé galiléen
- B.A.M.E appliqué sur l’objet : $\vec{P} = m.\vec{g}$ (frottements de l’air négligeables)

On applique la 2ème loi de Newton :

$\Sigma \vec{F}_{EXT} = m . \vec{a}_G$

D’où $\vec{P} = m.\vec{a}_G$ car $\vec{P}$ est ici la seule force qui s’applique sur l’objet

Or, $\vec{P} = m.\vec{g}$ donc $\vec{a}_G = \vec{g}$

Donc $a_G \cdot \vec{i} = g \cdot \vec{i}$

On obtient l'équation différentielle : $\frac{dv_G}{dt} = g$

Et donc $Vg_Z = g \cdot t + Vg_{Z0}$

- **1ère Cas : Chute libre sans vitesse initiale**

Vg_{Z0} doit valoir 0 donc $Vg_Z = \frac{dz}{dt} = g \cdot t$

D'où l'équation horaire suivante : $z = \frac{1}{2}gt^2 + z_0$

- **2ème Cas :**

Lançons le mobile verticalement vers le haut.

$Vg_Z = g \cdot t - V_0$

D'où l'équation horaire suivante : $z = \frac{1}{2}gt^2 - v_0t + z_0$

- **3ème Cas :**

Lançons le mobile verticalement vers le bas.

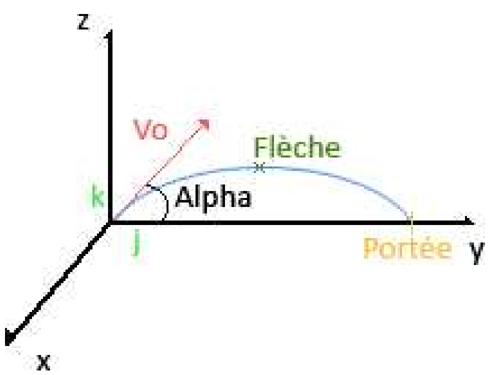
$Vg_Z = g \cdot t + V_0$

D'où l'équation horaire suivante : $z = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + z_0$

III- Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur

- Conditions de l'étude

A t=0, $\vec{v}_0$ appartient au plan (o $\vec{j}$, o $\vec{k}$) et fait un angle α avec l'horizontale.



- Système étudié : (S)
- Référentiel de l'étude : Terrestre supposé galiléen
- B.A.M.E appliqué sur l'objet : $\vec{P} = m.\vec{g}$
- 2ème loi de Newton : $\vec{P} = m.\vec{a}_G$ donc $\vec{a}_G = \vec{g}$

- Equation horaire du mouvement

$$\vec{a}_G \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_G \begin{cases} \dot{x} = Vg_0 = 0 \\ \dot{y} = V_0 \text{ x } \cos\alpha \\ \dot{z} = -g \text{ x } t + V_0z = -g \text{ x } t + V_0 \text{ x } \sin\alpha \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} X = 0 \\ Y = V_0 \text{ x } \cos\alpha \text{ x } t + y_0 = (V_0 \text{ x } \cos\alpha).t \\ Z = \frac{1}{2} gt^2 + (V_0.\sin\alpha).t \end{cases}$$

Conclusion

Le mouvement se fait dans le plan de lancement, donc x = 0 quelque soit t.

La projection du mouvement du projectile sur l'ace Oy horizontale est uniforme (accélération nulle).

Sur l'axe Oz, la projection du mouvement du projectile est uniformément accélérée avec une accélération constante.

- Equation de la trajectoire

Si y = (V_0 x cos α).t, alors $t = \frac{y}{V_0 x \cos\alpha}$

Donc z = ½ $gt^2 + (V_0.\sin\alpha).t$ = ½ $g(\frac{y}{V_0 x \cos\alpha})^2 + (V_0.\sin\alpha).(\frac{y}{V_0 x \cos\alpha})$

D'où z = $-\frac{g}{2V_0^2 x \cos^2\alpha} - y^2 + yx\tan\alpha$

- Portée du tir

C'est la distance atteinte par le projectile lorsqu'il retombe sur le sol.On note <u>D = y_{MAX}</u>.

Pour une valeur donnée de la vitesse initiale V_0, la portée maximale est atteinte <u>pour α = 45°</u>.

- Flèche

La hauteur maximale que peut atteindre le projectile est appellé « la flèche ».